Dispensa - Capitolo 5_B

Applicazioni della teoria della domanda: consumo nel tempo e scelte di risparmio

Il caso

Immaginate di avere trovato un’occupazione e di ricevere la regolare remunerazione. E' verosimile che parte della remunerazione non la consumiate subito, ma la risparmiate. Per quale motivo? Perché ritenete che vi possa essere utile, in futuro, per finanziare spese in eccesso al reddito che riceverete. D'altro lato, può anche essere possibile che in un certo periodo effettuiate spese per consumo in ammontare superiore rispetto al reddito corrente: se lo fate è perché potete accedere a risparmi, o ritenete di potere ricevere credito, che vi impegnate a restituire (con gli interessi) grazie a redditi futuri.
In altre parole, è esperienza di tutti il fatto che non necessariamente, in ciascun periodo, il reddito eguagli la spesa per consumo, di quel periodo, ma sia possibile che in alcuni periodi la spesa effettuata sia inferiore rispetto ai redditi (e cioè si ha un risparmio positivo), mentre in altri periodi la spesa può essere superiore ai consumi (si esprime un risparmio negativo, che può essere finanziato attingendo ai risparmi passati, o accendendo debiti, che verranno ripagati in futuro).
Da che cosa dipende l'ammontare di risorse che decidete di risparmiare? Sicuramente dai redditi (dal reddito corrente, da quelli passati e anche da quelli attesi per il futuro); inoltre, da quanto il risparmio è remunerato, ovvero, da quanto gravoso sarà -specularmente- accendere un debito. Il tasso di interesse è legato a questa costosità relativa infatti se rinunciate ad un'unità di consumo oggi, potrete, grazie al risparmio, beneficiare di un ammontare di consumo domani, che è legato al tasso di interesse.
Immaginate che il tasso di interesse (che percepite, ad esempio, dalla banca presso la quale depositate il vostro risparmio, o da titoli nei quali impiegate il risparmio) aumenti. Un aumento dei tassi di interesse è proprio quello che è successo, ad esempio, in Italia nel corso del 2012: se avevate impiegato i vostri risparmi acquistando un BTP decennale all'inizio del 2012, questo vi fruttava un tasso di interesse di circa il 3,5% annuo; se invece avete impiegato i vostri risparmi nello stesso titolo, a fine 2012, il rendimento annuo era sopra il 5%. Di converso, se avete chiesto di un prestito (per finanziare, ad esempio l'acquisto di una casa o di un'automobile) all'inizio del 2012 è verosimile che vi abbiano chiesto un tasso di interesse intorno al 5%, mentre se lo stesso prestito lo avete chiesto alla fine del 2012, il tasso che vi è stato proposto era intorno al 7%.
Non ci chiediamo, in questo corso di microeconomia, perché il tasso di interesse sia aumentato nel corso del 2012 (e più in generale, non ci chiediamo che cosa determini le variazioni, in aumento o in diminuzione dei tassi di interesse). Ci chiediamo invece come reagisce un consumatore razionale allo shock rappresentato dalla variazione del tasso di interesse.
Chiedetevi, in particolare, in che modo pensate che reagireste a novità sui tassi di interesse: a fronte di un aumento di tali tassi, pensate che trovereste ottimale risparmiare di più, oppure di meno, oppure pensate che l'ammontare da voi risparmiato rimarrebbe uguale?
Ebbene, è possibile che alcuni di voi rispondano che trovano ottimale risparmiare di più, se il tasso di interesse aumenta, mentre altri rispondano che risparmierebbero di meno; altri ancora, può darsi che non modificherebbero le proprie scelte di risparmio.
Vedremo in questo capitolo, che tutte e tre le risposte sono teoricamente possibile, e tutti e tre i comportamenti vengo effettivamente osservati nel mondo reale. Cercheremo di capire, naturalmente, perché tutti questi esiti sono possibili, e che cosa determina l'avverarsi dell'uno piuttosto che dell'altro.

5_B.1 Introduzione

Finora abbiamo assunto che tutto il reddito venga speso per l'acquisto beni di consumo. Complichiamo leggermente il nostro modello, per prendere in considerazione il fatto che il consumo può avvenire in periodo diversi (esattamente come il reddito può essere percepito in periodi di tempo diversi). In questo caso, non sarà più necessariamente vero che in ogni periodo la spesa per consumo debba essere uguale al reddito: potrebbero esserci periodi nei quali il reddito è superiore alla spesa per consumo, e altri in cui il reddito è inferiore alla spesa effettuata. Ciò vuol dire che vi saranno periodi nei quali si effettua un risparmio positivo e altri nei quali il risparmio è negativo. Come sempre, un consumatore razionale punterà a trovare la combinazione ottimale di consumo oggi e consumo domani (ossia, quella combinazione di consumi nel tempo che massimizza la sua personale utilità), subordinatamente ad un vincolo che esprime le possibilità di consumo.
Si noti che continueremo ad assumere che ciò che fornisce utilità al consumatore è il consumo: ossa, assumeremo che il risparmio di per sè non genera utilità; se si effettua risparmio è semplicemente per potere avere consumo futuro. Il consumatore può avere una certa disponibilità psicologica a cambiare consumo oggi con consumo domani (questa disponibilità sarà legata alle sue preferenze, ossia a quanto ama il consumo oggi rispetto al consumo domani).
Il mercato, d'altro lato consentirà di scambiare opportunità di consumo oggi contro opportunità di consumo domani. Il vincolo di bilancio, cui ogni consumatore sarà soggetto, esprimerà proprio le possibilità offerte dal mercato, di garantire consumo domani a fronte di una rinuncia a consumare oggi.
Per questo motivo, procederemo rappresentando dapprima le preferenze di un consumatore, e poi le sue possibilità. La scelta ottimale sarà rappresentato, come sempre dal punto (combinazione di consumi nel tempo) reputato migliore secondo le preferenze individuali, fra tutti quelli accessibili, dati i redditi e le configurazioni di prezzo. Tra i prezzi, nel caso di scelta relativa ai consumi nel tempo, deve figurare anche il tasso di interesse.

5_B.2 Le preferenze individuali sul consumo nel tempo

Limitiamo la nostra attenzione, per ora, ad un consumatore che vive per due periodi (presente e futuro): le sue preferenze sono descritte da una funzione di utilità: $U = U(c_p, c_f)$ i cui argomenti, c_p, e c_f, rappresentano rispettivamente il consumo presente e quello futuro. (Talvolta, anche nel corso di questo capitolo, useremo anche c_1 e c_2 per indicare il consumo presente e quello futuro, al posto di c_p e c_f). Assumiamo che c_p e c_f siano entrambi *beni*, ossia, dosi incrementali di c_p (a parità di tutto il resto) incrementano l'utilità, esattamente come dosi incrementali di c_f incrementano l'utilità; ciò equivale a dire che le utilità marginali, di c_p, e c_f sono positive:

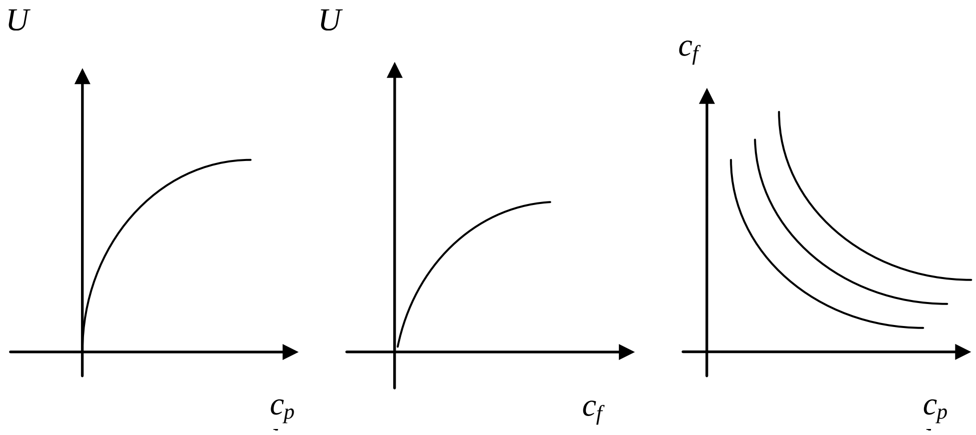
$U'_{c_p} = \partial U / \partial c_p > 0$, $U'_{c_f} = \partial U / \partial c_f > 0$;

è anche usuale assumere che ciascuno dei due beni abbia utilità marginale positiva ma decrescente: questo , analiticamente, vuol dire che le derivate seconde della funzione di utilità rispetto a di c_p, e c_f sono negative.
Dalla funzione di utilità deriva una famiglia di curve d'indifferenza; come sempre, peraltro, è possibile descrivere i gusti del consumatore (relativamente alle combinazioni tra consumo oggi e domani) anche rappresentando direttamente la mappa di curve d'indifferenza (senza conoscere la funzione di utilità).
Lungo una data curva di indifferenza, giacciono tutte le combinazioni tra consumo presente e consumo futuro che forniscono al consumatore lo stesso livello di soddisfazione. In relazione ad una data curva di indifferenza, si definisce Saggio marginale di sostituzione tra consumo presente e consumo futuro (o Saggio marginale di sostituzione intertemporale) la grandezza $SMS_{c_p,c_f} = SMSI = -U'_{c_p} / U'_{c_f}$; essa è negativa, ma (come al solito) ne consideriamo il valore assoluto: $\left|SMS_{c_p,c_f}\right| = U'_{c_p} / U'_{c_f}$. Il *SMSI* dice a quante unità di consumo futuro si è disposti a rinunciare, pur di avere una unità aggiuntiva di consumo presente e permanere sul medesimo livello di utilità (cioè sulla medesima curva d'indifferenza). Quanto più questo saggio marginale di sostituzione è grande, tanto più "impaziente" è il consumatore in questione.

Definizione

Saggio Marginale di Sostituzione Intertemporale, $\left|SMSI\right| = \left|SMS_{c_p,c_f}\right| = U'_{c_p} / U'_{c_f}$ ***:*** *rappresenta l'ammontare di consumo del periodo futuro cui l'individuo è disposto a rinunciare, pur di avere una unità in più di consumo del periodo presente, e permanere sullo stesso livello di utilità.*

Tipicamente, $\left|SMSI\right|$ è decrescente in c_p e crescente in c_f: ossia, quanto maggiore è già il consumo presente, tanto minore è l'ammontare di consumo futuro cui il consumatore è disposto a rinunciare per avere un'altra dose di consumo presente.
Come al solito, un saggio marginale di sostituzione decrescente (nell'argomento misurato sull'asse orizzontale del grafico) è associato ad una curva di indifferenza decrescente e convessa verso l'origine, così come rappresentato nella Figura 1. Se $\left|SMSI\right|$ fosse un numero costante, le curve di indifferenza sarebbero lineari, mentre se $\left|SMSI\right|$ fosse crescente in c_p (o decrescente in c_f) le curve d'indifferenza sarebbero concave verso l 'origine.



(a) (b) (c)

Figura 1 – Rappresentazioni delle preferenze del consumatore. Grafico (a): utilità in funzione del consumo presente (dato il consumo futuro); (b) utilità dipendente dal consumo futuro (per dato livello di consumo presente) e mappa delle curve di indifferenza.

Approfondimento

Derivazione della espressione analitica del SMS
Data una funzione di utilità che abbia per argomenti il consumo presente e il consumo futuro:

$$dU = U'_{c_p}\, dc_p + U'_{c_f}\, dc_f \,.$$

Lungo una curva di indifferenza, l'utilità non varia, cioè il differenziale totale di utilità è zero, ossia vale dU=0; pertanto, lungo una curva di indifferenza, vale:

$$dU = U'_{c_p}\, dc_p + U'_{c_f}\, dc_f = 0$$

Da questa si ricava la seguente espressione:

$$\left.\frac{dc_f}{dc_p}\right|_{dU=0} = -\frac{U'c_p}{U'_{c_f}} \,,$$

che sta a significare come deve variare il consumo del periodo futuro al variare del consumo del tempo presente, fermo rimanendo il livello di utilità (ossia, lungo una curva di indifferenza, ossia dato dU=0); questa grandezza –corrispondente al rapporto tra le utilità marginali del consumo presente e del consumo futuro (con segno negativo– rappresenta esattamente il Saggio Marginale di Sostituzione fra consumo oggi e consumo domani; esso può essere anche espresso in tutti i seguenti modi fra loro equivalenti:

$$\left|SMS_{\ell,c}\right| = -\left.\frac{dc}{d\ell}\right|_{dU=0} = \frac{U'_\ell}{U'_c} = \frac{\partial U/\partial \ell}{\partial U/\partial c} = \frac{UMg_\ell}{UMg_c}.$$

Il saggio marginale di sostituzione, algebricamente, è un numero negativo (poiché se aumenta il consumo di oggi deve diminuire il consumo di domani, e viceversa, per mantenere costante il livello di utilità); ovviamente, se ne considera in genere il valore assoluto, dando per scontato che i due argomenti della funzione di utilità, se sono beni, debbono muoversi in senso opposto tra loro, per far sì che l'individuo permanga sulla stessa curva di indifferenza.

Approfondimento

A volte, è possibile esprimere la funzione d'utilità nella forma:

$$U = U(c_p, c_f) = u(c_p) + \frac{1}{1+\rho}u(c_f)$$

dove $u(c)$ è detta utilità istantanea (o elementare), ed è una forma funzionale che rimane invariata nel tempo, mentre ρ è detto saggio di sconto soggettivo (o tasso d'impazienza psicologico). Il fattore $1/(1+\rho)$, infatti, è un numero minore di 1 e quindi, la stessa quantità di bene,se consumata nel periodo futuro fornisce un'utilità minore (perché scontata) di quella che fornirebbe se fosse consumata nel periodo presente. Più alto è ρ, più impaziente è il consumatore, perchè minore è l'utilità che gli deriva dal consumo nel periodo futuro. Vale la pena sottolineare che ρ è un parametro che rispecchia le preferenze individuali.
Ad esempio, se valesse $U = log(c_p)+(1/4)log(c_f)$, potremmo dire che ρ=3, e questo consumatore sarebbe più impaziente rispetto ad un consumatore con utilità $U = log(c_p)+(1/3)log(c_f)$,; nel caso, invece che $U=c_p+\log(c_f)$ non è possibile individuare un valore costante del saggio di sconto soggettivo, perché la forma funzionale dell'utilità è cambiata nel tempo.

Il problema di scelta di risparmio si traduce in un problema di scelta delle quantità di consumo nel tempo, che massimizzano l' utilità individuale, sotto un vincolo di bilancio che specificheremo tra poco. Una volta determinato il sentiero di consumo ottimale, il risparmio ottimale si determina semplicemente per differenza: la differenza tra il reddito del primo periodo, e la spesa per il consumo del primo periodo costituisce, per definizione, l 'offerta di risparmio.

5_B.3 Il vincolo di bilancio intertemporale

Premessa: relazioni tra grandezze nominali e reali nel corso del tempo
Il trascorrere del tempo è associato, nelle economie moderne, alla maturazioni di interessi. Perché viga un tasso di interesse è questione che per ora lasciamo aperta. E' importante considerare, al momento che se nel periodo corrente si ha

una somma A_p, e non la si consuma, nel periodo futuro questa somma sarà equivalente a se stessa, aumentata degli interessi. Se la percentuale (tasso) di interesse è pari ad i, questo vuol dire che l'equivalente finanziario di A_p, nel periodo successivo sarà $A_f=A_p(1+i)$. Possiamo immaginare infatti che la somma A_p sia depositata, ad esempio, in una banca e che nel periodo successivo questo ci dia diritto a ottenere la stessa somma, aumentata di interessi pari al tasso i.
Questo vuol dire anche che se si possiede una somma A_p nel periodo presente, per il solo fatto che trascorra il tempo, questa somma può essere giudicata equivalente alla somma $A_f=A_p(1+i)$; Possiamo immaginare infatti che la somma A_p sia depositata, ad esempio, in una banca e che nel periodo successivo questo ci dia diritto a ottenere la stessa somma, aumentata di interessi pari al tasso i.
Di converso, se dobbiamo valutare una somma futura (ad esempio, A_f), ed esprimerla in valore corrente, deve valere:

$$A_p = \frac{1}{1+i} A_f$$

A_p costituisce il valore attuale (o valore presente) della somma futura A_f. L'operazione che esprime il valore corrente di una grandezza futura si chiama attualizzazione. L'attualizzazione si effettua semplicemente dividendo la somma futura per (1 + il tasso di interesse).
Si presti attenzione al fatto che non è affatto detto che, nel periodo futuro la somma A_f (con $A_f= A_p$ $(1+i)$) consenta di acquistare la stessa quantità di bene di consumo che si poteva acquistare con la somma A_p nel periodo presente: il valore reale delle somme monetarie, infatti, dipende dal livello dei prezzi nei due periodi, e, in generale, i prezzi del bene di consumo variano: ad esempio, indichiamo con p_p e p_f rispettivamente i prezzi del periodo presente e del periodo futuro. Allora, il valore reale di A_p sarà $a_p = A_p /p_p$, mentre il valore reale della somma A_f sarà $a_f=A_f/ p_f$.
Ricordando che $A_f=A_p(1+i)$, possiamo anche scrivere:

$$a_f = \frac{A_f}{p_f} = \frac{A_p(1+i)}{p_f} = \frac{[a_p p_p](1+i)}{p_f} = a_p \frac{p_p(1+i)}{p_f}$$

Abbiamo così trovato l'equivalente reale, nel periodo futuro, di una grandezza reale del primo periodo. Il fattore [$(1+i)$ p_p/ p_f] viene anche espresso come [$1+r$], dove r individua il tasso d'interesse reale.

Definizione

Attualizzazione: E' l'operazione che porta a esprimere il valore corrente di grandezze future; se riguarda grandezze nominali, il valore attuale (o valore presente), oggi, S_p, di una somma futura S_f è : $S_p = \frac{1}{1+i} \cdot S_f$, dove i indica il tasso di interesse nominale. Se l'attualizzazione viene fatta in riferimento a grandezze reali, il tasso di interesse da utilizzare è quello reale.

Definizione

Tasso di interesse reale. E' il tasso che consente di esprimere l'equivalenza tra due grandezze reali che hanno luogo in tempi diversi. Se il tasso d'interesse vigente tra un periodo presente e un periodo futuro è indicato da *i*, allora il tasso di interesse reale *r* sarà tale per cui

$$(1+r) = \frac{p_p(1+i)}{p_f}$$

Approssimativamente, il tasso di interesse reale è uguale alla differenza tra il tasso d'interesse nominale e il tasso di variazione dei prezzi (o tasso d'inflazione), $r \cong i - \text{tasso di variazione dei prezzi}$.

Se abbiamo a che fare con grandezze reali, l'equivalenza finanziaria nel tempo va valutata col tasso d'interesse reale. Perciò, l'equivalente reale, nel periodo futuro, di una grandezza reale a_p oggi, sarà $a_f = a_p \cdot (1+r)$; il valore attuale reale di una grandezza futura sarà invece espresso come $a_p = a_f /(1+r)$.

L'espressione del vincolo di bilancio intertemporale

Siamo ora in grado di scrivere il vincolo di bilancio intertemporale cui è soggetto un consumatore che percepisce redditi nel tempo e deve scegliere i suoi livelli di consumo, sempre nel tempo. Scriveremo questo vincolo sia in termini monetari, sia in termini reali.

Indichiamo con Y_p il reddito monetario (o reddito nominale) che il consumatore riceve nel periodo presente e con Y_f il reddito monetario del periodo futuro; essi equivalgono, in termini reali ad una dotazione di $y_p=Y_p/p_p$ unità di bene di consumo presente, e ad y_f unità del bene futuro, con $y_f=Y_f/p_f$.

L'ammontare di risparmio nominale (del periodo presente) è pari -per definizione- alla differenza tra il reddito ricevuto e la spesa per consumo effettuata, ossia $S=Y_p-p_pc_p$, cui corrisponde ovviamente un ammontare di risparmio reale (ossia in termini di unità del bene) uguale a $s=y_p-c_p$. Con questo risparmio effettuato nel periodo presente, il consumatore potrà finanziare il suo consumo futuro, e l'ammontare di risorse di cui può disporre nel periodo futuro sarà pari al reddito futuro, a cui si aggiunge il risparmio capitalizzato (ossia comprensivo degli interessi); quindi:

$$p_f \cdot c_f = Y_f + (Y_p - p_p \cdot c_p) \cdot (1+i)$$

ossia, svolgendo alcuni passaggi (si sostituisca ad Y_p il suo equivalente p_py_p)

$$p_f \cdot c_f = p_f \cdot y_f + (p_p \cdot y_p - p_p \cdot c_p) \cdot (1+i) = p_p(y_p - c_p)(1+i)$$

da cui:

$$c_f = y_f + \frac{1}{p_f} \cdot p_p (y_p - c_p) \cdot (1+i) = y_f + (y_p - c_p) \cdot (1+i) \frac{p_p}{p_f}$$

Ora, ricordando il concetto di "tasso di interesse reale", e in particolare il fatto che: $(1+r) = (1+i) \cdot p_p / p_f$, possiamo riscrivere il vincolo di bilancio come:

$$c_f = y_f + (y_p - c_p) \cdot (1+r)$$

Il significato di questa scrittura del vincolo è molto immediato.
Nel periodo futuro, il consumatore potrà effettuare un consumo in termini reali, c_f che può essere:

a) esattamente uguale alla dotazione che si riceve (in termini reali) nel periodo futuro, se $(y_p - c_p) = 0$, cioè se nel periodo presente si è consumato esattamente quanto ricevuto in dotazione (e il risparmio è esattamente uguale a zero);
b) maggiore di quanto si riceve in dotazione nel periodo futuro, se $(y_p - c_p) > 0$; in questo caso, infatti, il consumo futuro può essere finanziato non soltanto con la dotazione ricevuta nel periodo futuro, ma anche col risparmio accumulato nel periodo precedente, aumentato degli interessi;
c) minore di quanto riceverà in dotazione nel periodo futuro, se $(y_p - c_p) < 0$; questa evenienza corrisponde al caso di un risparmio del periodo presente negativo (cioè, si è consumato più di quanto si è ricevuto $y_p < c_p$), e allora, quanto si riceve nel periodo futuro non potrà essere interamente consumato (perché parte della dotazione futura dovrà servire per ripagare il prestito acceso nel periodo precedente, incrementato degli interessi).

Lo stesso vincolo di bilancio può anche essere scritto anche in altri modo, ad esempio:

$$c_f = -(1+r) \cdot c_p + (1+r) y_p + y_f$$

Questa ultima scrittura sarà particolarmente utile quando illustreremo graficamente il vincolo, nello spazio (c_p,c_f) perché rende immediatamente evidente quale è l'inclinazione e quale l'intercetta della retta corrispondente. Oppure, il vincolo può anche essere espresso come:

$$c_p + \frac{1}{1+r} c_f = y_p + \frac{1}{1+r} y_f$$

Questa scrittura sta a significare che la somma dei consumi in valore attuale (ossia, $c_p + \frac{1}{1+r} c_f$) deve essere uguale alla somma delle dotazioni in valore attuale.

Nel caso particolare che il consumatore riceva reddito (ossia, dotazione) positiva soltanto nel periodo corrente, cioè se $Y_f = y_f = 0$, il vincolo naturalmente si riduce alla equazione:

$$c_p + \frac{1}{1+r} c_f = y_p$$

ossia: $c_f = -(1+r)c_p + (1+r)y_p$ o anche $c_f = (1+r)[y_p - c_p]$.

Quest'ultima forma rende chiaro che, se il consumatore vuole consumare qualcosa nel periodo futuro deve necessariamente esprimere un risparmio positivo nel primo periodo di vita.

Il vincolo di bilancio può essere facilmente rappresentato nel grafico sui cui assi vengono misurati c_p e c_f. L'inclinazione del vincolo è -(1+*r*): questo è il *saggio di trasformazione intertemporale* tra consumo presente e consumo futuro.

E' importante sottolineare che il saggio di trasformazione esprime le possibilità date dal mercato (che hanno a che fare col sistema dei prezzi): rinunciando ad una unità di consumo oggi, il consumatore potrà avere, grazie al mercato, (1+*r*) unità di consumo domani (e questo -ricordiamo- è anche il motivo per cui *r* è detto tasso d'interesse reale).

Il punto di dotazione deve sempre fare parte del vincolo di bilancio: infatti, è sempre possibile che il consumatore consumi in ciascun periodo esattamente quanto riceve, senza esprimere risparmio, né accendere debito. Se le dotazioni sono positive in entrambi i periodi di tempo, il punto di dotazione avrà coordinate positive (come nel pannello (a) della Figura 2), mentre se la dotazione futura è zero, allora il punto di dotazione sarà un punto dell'asse orizzontale (pannello (b)).

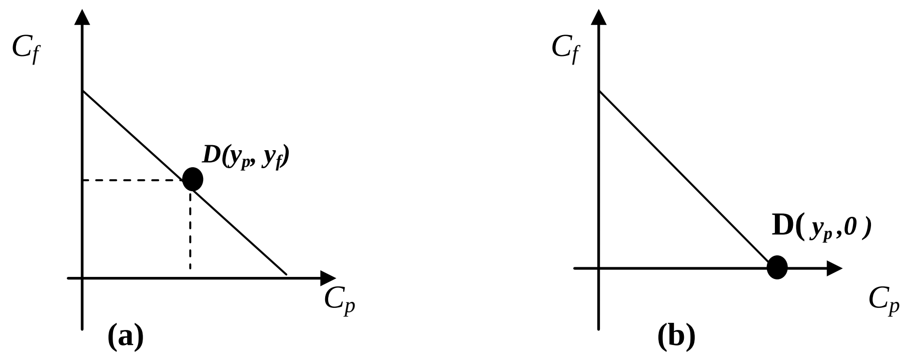


Figura 2. Vincolo di bilancio intertemporale e punto di dotazione.

Si consideri anche che il tasso d'interesse reale (che è una grandezza di mercato, che il singolo consumatore percepisce come un dato esogeno) non ha niente a che vedere col tasso di sconto psicologico, che rappresenta non già le opportunità offerte dal mercato, ma la disponibilità psicologica dell'individuo a

rinunciare a consumo oggi per avere consumo domani. Vedremo però che, come sempre, affinché il consumatore sia in equilibrio, deve valere una precisa relazione tra il tasso di sconto psicologico e il tasso di trasformazione offerto dal mercato.
Vale infine menzionare il fatto che se il tasso d’interesse attivo (quello cioè che remunera il risparmio) è differente da quello passivo (che bisogna pagare se si è indebitati), allora l’inclinazione del vincolo di bilancio sarà differente nella regione di risparmio positivo e nella regione di indebitamento, e tipicamente il tasso passivo (per il consumatore) è più elevato di quello attivo, sicché il vincolo è più ripido quando si devono effettuare consumi maggiori della dotazione (cioè, vi è l’esigenza di indebitarsi); un vincolo di questo tipo è rappresentato nella figura 3.

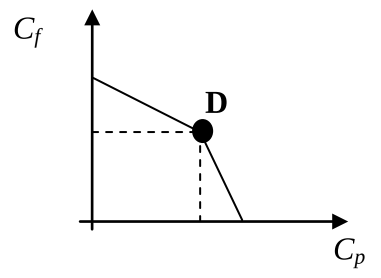


Figura 3. Vincolo di bilancio con differenti valori del tasso di interesse attivo e passivo.

5_B.4 L'ottimo del consumatore

Il problema di ottimo di un consumatore (che vive per 2 periodi e che riceve, per semplicità, una dotazione positiva solo nel primo periodo di vita) sarà schematizzabile come segue:

$$Max \quad U = U(c_p\ , c_f)$$

$$s.v.: \qquad c_p + \frac{1}{1+r}c_f = y_p$$

La soluzione di ottimo è rappresentata dal punto del vincolo di bilancio che giace sulla curva d'indifferenza più elevata.
Se questo è un punto di tangenza, allora curva d' indifferenza e vincolo di bilancio hanno uguale inclinazione in corrispondenza del punto di ottimo.
Come già sappiamo, l'inclinazione del vincolo di bilancio è -(1 + *r*) ed essa rappresenta il "saggio di trasformazione" tra i due beni (consumo oggi e consumo domani). L'inclinazione della curva d' indifferenza, invece, è il saggio marginale di sostituzione tra i due beni ed è data da $\left|SMS_{c_p,c_f}\right| = U'_{c_p}/U'_{c_f}$.
La condizione di tangenza risulta quindi:

$$\left|SMS_{c_p,c_f}\right| = (1+r)$$

Assieme al vincolo di bilancio, questa relazione dà luogo ad un sistema di due equazioni nelle due incognite c_p, c_f.
La risoluzione implica che, di norma, sia la domanda di c_p sia quella di c_f, risultino funzione della dotazione e del tasso di interesse reale. Conseguentemente, anche I'ammontare ottimale di risparmio (ossia, l'offerta di risparmio) dipende dalla dotazione ricevuta e dal tasso d'interesse reale.
La figura 2 dà la rappresentazione del punto di ottimo (la combinazione ottimale di consumo presente e consumo futuro), quando la curva d'indifferenza più alta possibile, compatibile col vincolo di bilancio, è esattamente tangente al vincolo stesso. Nella stessa figura 2, si noti che l'ammontare del risparmio (in termini reali, ossia espresso come unità del bene di consumo cui si rinuncia) è rappresentato dal segmento che esprime la differenza tra la dotazione del periodo presente e il consumo del periodo presente.

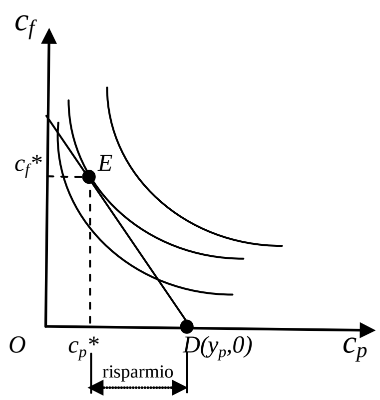


Figura 2. L'offerta di risparmio si trova per differenza. Il punto $D(y_p,0)$ rappresenta le dotazioni ricevute nell'arco della vita, il punto E la combinazione ottimale di consumo presente e consumo futuro, mentre y_p-c_p* è l'offerta (ottimale) di risparmio.

Si ricordi, tuttavia, che la tangenza geometrica tra vincolo di bilancio e curva di indifferenza, come sempre nelle scelte di consumo, non è condizione né necessaria, né sufficiente per individuare un ottimo. Vedremo nel paragrafo 6 casi di ottimo che non sono punti di tangenza (e potremmo rappresentare punti di tangenza che non sono soluzioni ottimali).

Esempio

Consideriamo un consumatore con vita bi-periodale, funzione di utilità

$U = \sqrt{c_1} + \sqrt{c_2}$ (dove c_1 e c_2 indicano il consumo presente e il consumo futuro), che riceve in dotazione soltanto 10 unità del bene di consumo del periodo presente. Determiniamo l'offerta di risparmio se il tasso di interesse reale è r=3%

Il problema del consumatore è quello massimizzare la funzione di utilità assegnata, sotto un vincolo di bilancio. Il vincolo di bilancio, sarà del tipo: $c_1 + \frac{1}{1+r} c_2 = 10$; tenendo in considerazione che r=3% significa, in valore algebrico r=0,03 e considerando che la dotazione è, nel caso specifico, pari a 10, il problema può essere, nello specifico scritto come:

$$Max \quad U = U(c_1\, ,\, c_2) = \sqrt{c_1} + \sqrt{c_2}$$

$$s.v.: \quad c_1 + \frac{1}{1{,}03} c_2 = 10 \quad ossia: \quad c_2 = 1{,}03 \cdot (10 - c_1)$$

Partiamo considerando il punto di tangenza tra curva d'indifferenza e vincolo di bilancio. Il saggio marginale di sostituzione intertemporale, in questo caso, è

$$|SMSI| = \frac{U'_{c_1}}{U'_{c_2}} = \frac{1/(2\sqrt{c_1})}{1/(2\sqrt{c_2})} = \sqrt{c_2} / \sqrt{c_1}$$

La condizione di tangenza richiede quindi che:

$$|SMSI| = (1+r) \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{c_2})}{\sqrt{c_1})} = 1{,}03$$

E questa equazione va considerata, in sistema, congiuntamente con il vincolo di bilancio.
Risolvendo il sistema (elevare al quadrato entrambi i membri della prima equazione, e poi ricavare c_2, che va sostituito nel vincolo di bilancio) si trova c_1^*=10/2,03=4,926; c_2^*=5,22 (l'asterisco sta ad indicare che sono valori ottimali). L'ammontare del risparmio si trova quindi per differenza, ed è è quindi s=10-c_1^*=10-4,926=5,073. In termini discorsivi, delle 10 unità ricevute dal consumatore nel primo periodo, egli trova ottimale consumarne subito 4,926; ne risparmia quindi 5,073 che consentiranno, grazie al rendimento reale, di potere consumare, nel periodo successivo c_2^*=5,22.

Esercizio di autoverifica

Si consideri un consumatore con vita bi-periodale, funzione di utilità $U = \sqrt{c_1 \cdot c_2}$ (dove c_1 e c_2 indicano il consumo presente e il consumo futuro), a cui corrisponde SMSI=c_2/c_1 che riceve in dotazione soltanto 50 unità del bene di consumo del periodo presente. Determinare l'offerta di risparmio se il tasso di interesse reale è r=10%.
(Si tenga presente che r=10% è equivalente a scrivere r=0,1 e perciò in questo caso vale (1+r)= 1,1).

5_B.5. Effetti di variazione dei parametri sull'offerta di risparmio

Il modo in cui variazioni della dotazione si ripercuotono sul risparmio dipenderà dalla forma della funzione di utilità e dalla natura del bene di consumo: se c_p, fosse un bene inferiore, ad esempio, all'aumentare del reddito, la domanda ottimale di consumo presente, c_p^*, diminuirebbe ed il risparmio crescerebbe sicuramente.
Se c_p è un bene normale, un aumento di y determina un aumento di c_p^*, e la variazione del risparmio (in positivo o in negativo) dipende dalla dimensione del cambiamento di c_p e di y_p .

Una variazione dei tasso d'interesse (reale) corrisponde concettualmente ad una variazione del prezzo relativo dei due beni. Ricordiamo infatti che, per definizione, vale: $(1+r) = \frac{p_p(1+i)}{p_f}$. Perciò, un aumento di r è comportato da un aumento di p_p o da una diminuzione di p_f , (oltre che da un aumento di i).

Come al solito, la variazione dei prezzi mette in moto processi di riallocazione dei consumi ottimali. Una variazione di r, –poniamo, per fissare le idee, un aumento– comporta:

i) un **effetto sostituzione**: dato il maggiore costo di c_p, conviene sostituire il c_p con il bene c_f; la diminuzione della domanda di c_p, determina, ceteris paribus, un aumento dell' offerta di risparmio;
ii) un **effetto reddito**: il prezzo del bene del periodo presente di cui si è dotati è aumentato, quindi si è più ricchi (se la dotazione ricevuta è soltanto una dotazione di bene presente). L'aumento del reddito reale disponibile determina un aumento di domanda di entrambi i beni di consumo (normali), in particolare di c_p^*, e quindi, data la dotazione, diminuisce il risparmio offerto.
Più precisamente, si faccia attenzione al fatto che, se aumenta il tasso di interesse, sicuramente ci si sente più ricchi, se si ha una dotazione soltanto nel periodo presente e si è risparmiatori. Al contrario, ci si sentirebbe più poveri, se si fosse ricevuta una dotazione sia nel periodo presente sia nel periodo futuro e ci si trovasse in situazione di indebitamento. In altre parole, lo shock comportato da un aumento del tasso di interesse, è di segno espansivo per chi è nella posizione di risparmiatore, mentre è di segno restrittivo per chi si trova in posizione di indebitamento. Ripetiamo che se il consumatore ha ricevuto dotazione solo nel periodo presente e deve risparmiare per poter finanziare il consumo futuro, allora l’effetto di reddito comportato da un aumento del tasso di interesse è inequivocabilmente positivo, e porta ad una maggiore domanda sia di consumo presente sia di consumo futuro (atteso che si tratti di beni normali).
Mentre effetto reddito ed effetto sostituzione agiscono nello stesso senso su c_f, (che aumenta all'aumentare di r), gli effetti su c_p^*, (e quindi sull'offerta di risparmio) sono di segno contrastante. L’effetto reddito tende a fare diminuire il risparmio ottimale, mentre l’effetto di sostituzione tende a farlo aumentare.
In altri termini, se all'aumentare di r, risulta aumentare anche il risparmio offerto, vuol dire che ha prevalso l'effetto di sostituzione; se un aumento di r determina una diminuzione del risparmio significa che ha prevalso I'effetto di reddito; se il risparmio rimane costante in seguito a variazioni di r, vuol dire che

gli effetti di sostituzione e di reddito si sono compensati esattamente. Può anche succedere che in alcune regioni dei parametri prevalga l'effetto di sostituzione, mentre in altre prevale quello di reddito, sicché il risparmio presenta andamenti non monotonici rispetto al tasso di interesse. La funzione che lega l'offerta del risparmio al tasso d'interesse prende il nome di *funzione di offerta di risparmio*.

Definizione

Funzione di offerta di risparmio
La funzione di offerta di risparmio è una funzione che lega l'offerta di risparmio al tasso d'interesse reale; è pertanto una funzione del tipo $s^O=s(r)$; essa può avere andamento crescente, oppure decrescente, oppure costante; può anche essere non monotonica.

5_B.6. La funzione di offerta di risparmio.

Ripetiamo con altre parole quanto appena detto. Quando cambia il tasso d'interesse, di norma, cambiano i consumi ottimali e quindi cambia l'offerta di risparmio. L'offerta di risparmio si trova, semplicemente, sottraendo la spesa per consumo al reddito corrente (se si ragiona con grandezze nominali), ovvero si trova sottraendo il consumo corrente alla dotazione reale corrente (se si ragiona in termini di grandezze reali).
La funzione di offerta di risparmio, $s^O=s(r)$ può essere sia crescente sia decrescente, sia costante, sia avere andamento non monotonico.
Nel caso di dotazioni ricevute soltanto nel primo periodo di vita, e di beni normali, la funzione sarà crescente se l'effetto di sostituzione prevale sull'effetto di reddito, mentre l'offerta di risparmio sarà funzione decrescente del tasso d'interesse se l'effetto di reddito prevale su quello di sostituzione; infine, una funzione di offerta di risparmio costante (ossia, inelastica al tasso d'interesse) è associata a un caso nel quale variazioni del tasso d'interesse comportano un effetto reddito ed uno di sostituzione che si neutralizzano a vicenda.
La seguente figura 4 riporta i grafici, nello spazio dei consumi, e poi nello spazio (risparmio, tasso d'interesse), che rappresentano i tre casi possibili che si possono verificare. I tre casi rappresentati nelle Figure 4 corrispondo al fatto che, a seguito dell'aumento del tasso di interesse reale (che fa diventare il vincolo di bilancio più ripido), il risparmio offerto può aumentare, oppure diminuire, o anche restare costante. Rilevazioni statistiche suggeriscono che la forma più verosimile di funzione di offerta di risparmio ha andamento crescente (come nel grafico (a) della Figura 4); è anche nella nostra esperienza quotidiana ritenere che un più alto tasso d'interesse reale spinga di norma un individuo individui ad un risparmio maggiore, perchè è più conveniente consumare in futuro: questo altro non è che l'operare dell'effetto di sostituzione.

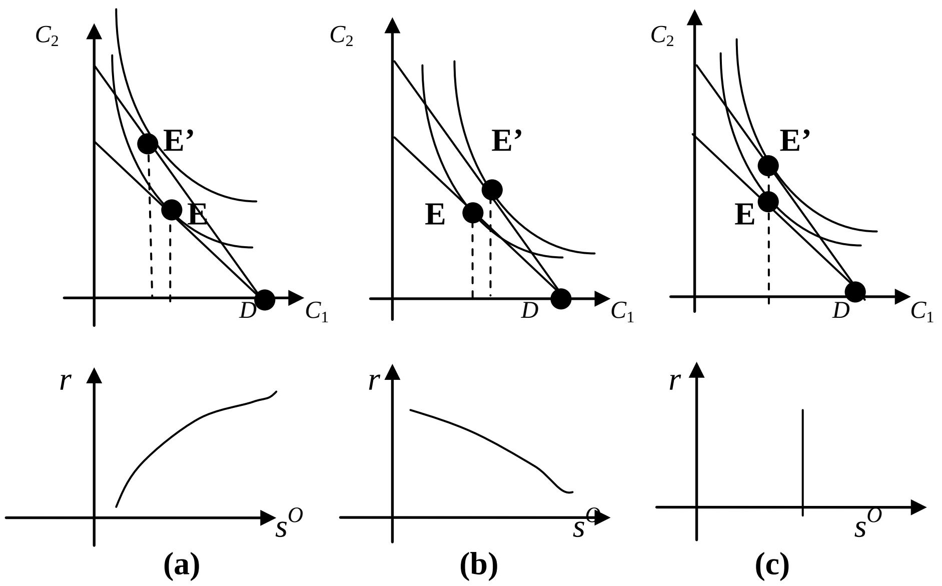


Figura 4. Rappresentazioni di possibili funzioni di offerta di risparmio: nel caso (a) l'effetto di sostituzione prevale su quello di reddito; nel caso (b) è prevalente l'effetto di reddito, mentre nel caso (c) i due effetti si compensano a vicenda.

Più in generale, nei grafici di offerta di risparmio, si tenga presente che:

(i) È possibile che il risparmio assuma valori negativi: questo corrisponde al caso di indebitamento, ed è possibile quando il consumo corrente supera il reddito corrente: l'indebitamento, evidentemente, verrà ripagato con redditi futuri.

(ii) E' possibile che il tasso di interesse reale assuma valori negativi: in particolare, questo accade quando il tasso di interesse nominale è più basso del tasso di inflazione; tuttavia, non sono mai possibili valori più bassi di -100%, ovvero più bassi di -1: infatti, un tasso d'interesse reale pari a -1 sta a significare che tutto l'ammontare reale risparmiato viene "bruciato" (e non è pensabile una situazione ancora peggiore); in altre parole, il campo di esistenza della variabile r è $r \geq -1$.

Esempio

Consideriamo un consumatore con vita bi-periodale, funzione di utilità $U = 2(\sqrt{c_1} + \sqrt{c_2})$ (dove c_1 e c_2 indicano il consumo presente e il consumo futuro), che riceve in dotazione soltanto 10 unità del bene di consumo del periodo presente. Determiniamo la funzione di offerta di risparmio.

Il problema affrontato dal consumatore è il seguente:

$$Max \quad U = U(c_1 , c_2) = 2(\sqrt{c_1} + \sqrt{c_2})$$

$$s.v.: \qquad c_1 + \frac{1}{1+r} c_2 = 10 \quad ossia: \quad c_2 = -(1+r)c_1 + 10 \cdot (1+r)$$

Partiamo considerando il punto di tangenza tra curva d'indifferenza e vincolo di bilancio. Il saggio marginale di sostituzione intertemporale, in questo caso, è

$$|SMSI| = \frac{U'_{c_1}}{U'_{c_2}} = \sqrt{c_2} / \sqrt{c_1}$$

(Non deve sorprendere che SMSI sia il medesimo del precedente Esempio considerato: infatti, la funzione di utilità è una sua trasformazione monotonica, per cui il SMS è il medesimo! Rispetto all'Esempio precedente, si noti che dovendo in questo caso trovare la funzioe di offerta di risparmio, il tasso di interesse reale deve essere lasciato indicato parametricamente, proprio perché vogliamo trovare quale è l'ammontare ottimale di risparmio al variare del tasso di interesse,ossia quale è l'ammontare di risparmio ottimale, per ogni possibile valore di *r*). La condizione di tangenza richiede:

$$|SMSI| = (1+r) \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{c_2})}{\sqrt{c_1})} = 1+r$$

E questa equazione va considerata, in sistema, congiuntamente con il vincolo di bilancio.
Risolvendo il sistema (elevare al quadrato entrambi i membri della prima equazione, e poi ricavare c_2, che va sostituito nel vincolo di bilancio) si trova c_1^*=10/(2+*r*); c_2^*=….
L'offerta di risparmio si trova per differenza, ed è quindi

$s^O = 10 - c_1^* = 10-10/(2+r) = 10\ (1+r) / (2+r)$

Lasciamo al lettore studiare compiutamente questa funzione.
Per ogni $r \geq -1$, il lettore potrà verificare che tale funzione è strettamente crescente: questo vuol dire che via via che il tasso di interesse di mercato aumenta, questo consumatore è portato a risparmiare sempre di più: ciò vuol dire che modifiche del tasso di interesse innescano un effetto sostituzione che prevale sempre sull'effetto di reddito.
(Si noti anche che in ogni caso, il limite dell'offerta di risparmio, per *r* che tende a più infinito vale 10: per tassi di interesse altissimi, il risparmio, in ogni caso, non può mai essere superiore a 10, che è la dotazione ricevuta nel primo periodo!)

Esercizio di autoverifica

Considerare un consumatore con vita bi-periodale, funzione di utilità $U = 4\log c_1 + \log c_2$ (dove c_1 e c_2 indicano il consumo presente e il consumo futuro), cui corrisponde un saggio marginale di sostituzione intertemporale, in valore assoluto SMSI $_{c1,c2}$=$4c_2/c_1$. Questo consumatore riceve in dotazione 6 unità del bene di consumo del periodo presente, e 10 unità nel periodo futuro.
Determinare la funzione di offerta di risparmio.

[Considerare che il vincolo in questo caso è $c_1 + \frac{1}{1+r} c_2 = 6 + \frac{1}{1+r} \cdot 10$; il consumo ottimale del primo periodo risulta $c_1{*} = \frac{4(16+6r)}{5(1+r)}$ e l'offerta di risparmio è quindi $s^O = 6 - c_1{*} = \frac{6r-34}{5(1+r)}$.]

5_B.7. Discussione della soluzione di ottimo consumo intertemporale

La risoluzione del problema intertemporale di ottimo deve portare a valori non privi di senso economico. In particolare, sia c_p, sia c_f, debbono essere numeri non negativi. In caso contrario, la migliore allocazione raggiungibile è in corrispondenza di soluzioni d'angolo. Le seguenti figure 4 mostrano casi di questo tipo. I punti T, di tangenza geometrica, non hanno significato economico e pertanto, i punti di ottimo saranno quelli del vincolo di bilancio compatibili con la più elevata possibile curva di indifferenza Si noti che il punto D rappresenta il punto delle dotazioni ricevute (positive nel primo periodo, o periodo presente, e 0 nel secondo periodo o periodo futuro). Nel caso (a) della Figura 5, il risparmio offerto sarà pari all'intera dotazione iniziale, ossia non si consuma nulla nel primo periodo e I'intera dotazione è risparmiata (e poi consumata, capitalizzata, nel periodo successivo). Nel caso (b), tutto il reddito viene consumato nel primo periodo e l'offerta di risparmio è 0.

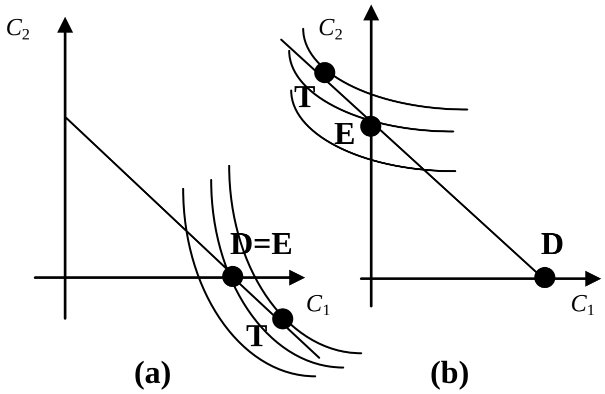
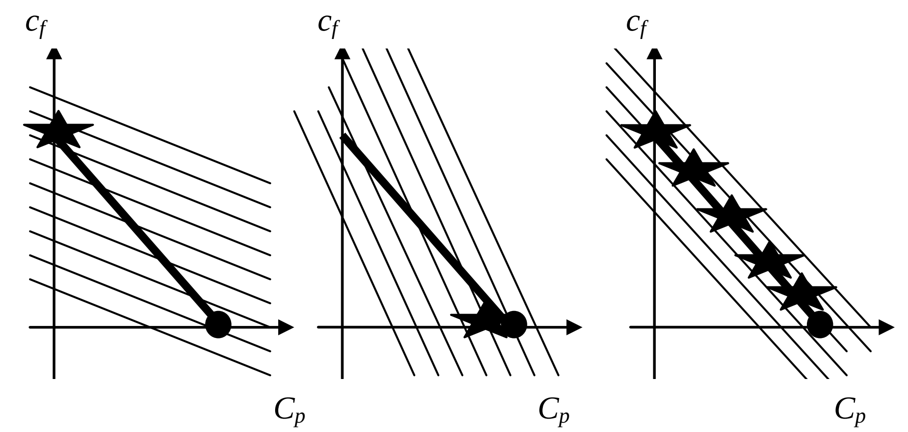


Figura 5. Soluzioni d'angolo. In entrambi i grafici, il punto *T* rappresenta il punto di tangenza tra una curva di indifferenza e la retta di bilancio; tali punti *T* però non hanno significato economico perché implicherebbero (in entrambi i casi) una quantità di consumo negativo (in un caso c_2, nell'altro c_1). Il punto con significato economico, appartenente al vincolo di bilancio e alla più elevata possibile curva di indifferenza (cioè, il punto di ottimo del consumatore) è allora quello denotato, in entrambi i grafici, con *E*.

La seguente Figura 6 mostra che cosa succede quando i beni di consumo presente e futuro sono sostituti perfetti: in questo caso, il saggio marginale di sostituzione tra consumo presente e consumo futuro è costante, e le curve di indifferenza sono lineari. Il punto di ottimo sarà sempre quel punto del vincolo di bilancio che giace sulla più elevata possibile curva di indifferenza. Sono allora possibili tre casi, a seconda che l'inclinazione delle curve (rette, in questo caso) di indifferenza sia minore, maggiore, o uguale alla inclinazione del vincolo di bilancio, che è sempre pari a –(1+*r*). Nel primo caso (raffigurato nel pannello (a) della Figura 6), è ottimale non consumare nulla nel primo periodo (l'intera dotazione viene risparmiata) e consumare tutto e solo nel secondo periodo (quando sarà possibile raggiungere un livello di consumo esattamente uguale al risparmio effettuato, capitalizzato). Nel caso del secondo pannello della figura 6, è ottimale che tutta la dotazione sia consumata nel primo periodo, e quindi il risparmio sarà zero. Nel terzo caso, infine, ogni punto del vincolo di bilancio è esattamente indifferente ad ogni altro, e quindi la scelta è indeterminata.



. (a) (b) (c)

Figura 6. La scelta ottimale tra consumo presente e futuro,quando i due beni sono perfetti sostituti. Il vincolo di bilancio, in grassetto, ha inclinazione –(1+*r*). Il punto di dotazione è indicato dal cerchietto, mentre i punti ottimali sono rappresentati dalla stelletta.

La Figura 7, infine, mostra alcune situazioni che si possono verificare quando il tasso d'interesse attivo è diverso da quello passivo, ossia quando il tasso rilevante per chi deposita risparmi è diverso (tipicamente, minore) rispetto al tasso che viene richiesto per prendere a prestito. Come già si sa, se D è il punto di dotazioni, l'inclinazione del vincolo a sinistra di D (con risparmio positivo, in quanto il consumo del periodo presente è più piccolo della dotazione ricevuta) è, in valore assoluto, minore dell'inclinazione del vincolo a destra di D (dove vi è necessità di finanziamento esterno, ossia vi sono risparmi negativi). Naturalmente, sarà possibile osservare sia casi in cui i risparmiatori trovano ottimale esprimere un'offerta di risparmio positiva (pannello (a) della Figura 7), sia casi in cui il risparmio ottimale è negativo (pannello (b)), sia casi in cui la curva d'indifferenza più elevata tocca il vincolo di bilancio esattamente nel punto di dotazione; in quest'ultimo caso, il punto di ottimo non è un punto di tangenza geometrica.

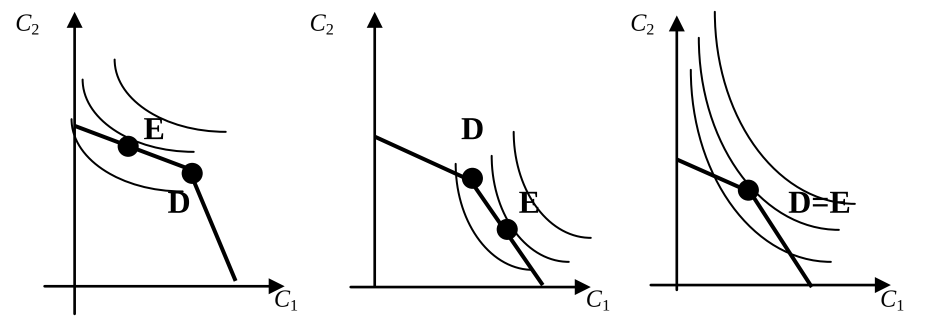


Figura 7. Scelte ottimali, quando i tassi di interesse attivo e passivo sono differenti. Con *D* si indica il punto di dotazione, e con *E* il punto di equilibrio per il consumatore.

5_B.8 Generalizzazione del modello a *N* periodi

Per semplicità, abbiamo finora considerato consumatori con vita bi-periodale (periodo presente e periodo futuro). E' però molto semplice scrivere il problema di scelta nel caso che si rappresenti la vita di un individuo come costituita da *N* periodi, oltre al periodo presente.
Ovviamente, il consumatore vorrà massimizzare una funzione di utilità i cui argomenti sono i livelli di consumo in ciascuno dei periodi, sotto un vincolo di bilancio che imporrà che la somma dei consumi, in valore attuale, debba essere uguale alla somma dei redditi (o delle dotazioni), sempre considerate in valore attuale. In simboli:

$$Max \quad U = U(c_0, c_1, c_2, c_3, \ldots, c_N)$$
$$s.v.: \quad c_0 + \frac{1}{1+r}\cdot c_1 + \frac{1}{(1+r)^2}\cdot c_2 + \ldots + \frac{1}{(1+r)^N}\cdot c_N = y_0 + \frac{1}{1+r}\cdot y_1 + \frac{1}{(1+r)^2}\cdot y_2 + \ldots + \frac{1}{(1+r)^N}\cdot y_N$$

Risolvendo questo problema di massimo vincolato, il consumatore sceglierà il profilo ottimale dei consumi, (c_0*,c_1*,…, c_N*) e poi per differenza tra la dotazione ricevuta e i consumi effettuati in ciascun periodo si potrà calcolare il risparmio (di ciascun periodo). L'accumulazione dei risparmi dà luogo alla ricchezza; questa sarà una ricchezza propriamente detta, se nel tempo si sono succeduti risparmi positivi, mentre sarà un debito –o "ricchezza negativa" – se si sono succeduti nel tempo risparmi negativi, che dovranno essere ripagati consumando in futuro meno del reddito che si riceverà.

Domande di riepilogo

1. Che cosa si intende per tasso di interesse nominale? Che cosa si intende per tassodi interesse reale? Che relazione c'è tra il tasso di interesse nominale e quello reale?
2. Illustrare brevemente che cosa si intende per 'capitalizzazione' e che cosa si intende per 'attualizzazione'.
3. Spiegate che cosa si intende per "saggio marginale di sostituzione intertemporale". Che differenza c'è, e che relazioni sussistono, tra questo saggio marginale di sostituzione e il tasso di interesse reale di mercato?
4. Si consideri un consumatore, con vita bi-periodale, che riceve dotazioni positive sia nel periodo presente sia in quello futuro. Si immagini che aumenti la dotazione attesa per il periodo futuro, mentre rimane invariata la dotazione del periodo presente. Come reagirà l'offerta di risparmio, se i beni di consumo sono entrambi normali?
5. Commentare la seguente affermazione: "Il risparmio di un individuo può essere negativo": Vero o falso? Motivare.
6. Che cosa si intende per 'funzione di offerta di risparmio'? Di quali caratteristiche gode la funzione di offerta di risparmio?
7. Supponete che Gianni presenti una funzione di offerta di risparmio inelastica al tasso di interesse. Rappresentatela graficamente e spiegate le ragioni economiche che generano una siffatta funzione.
8. Supponete che per un individuo (in verità, piuttosto strano) il consumo corrente e il consumo futuro siano beni perfettamente complementari. Illustrate graficamente il suo problema di scelta ottimale tra consumo presente e consumo futuro. Discutete poi se sia vero, in questo caso, che l'offerta di risparmio è inelastica al tasso di interesse reale.
9. Considerate un consumatore che vive tre periodi di eguale lunghezza: giovinezza, maturità vecchiaia. Indicate con c_0 ,c_1, c_2 i livelli di consumo di questi tre periodi. Immaginate anche che i redditi della giovinezza e della vecchiaia siano zero, mentre il reddito reale del periodo di maturità è $y_1>0$.
   - Scrivere il vincolo di bilancio cui è soggetto questo consumatore.
   - Stabilire quale delle seguenti affermazioni è vera e quale è falsa: (a) il risparmio del periodo di giovinezza deve essere necessariamente negativo; (b) il risparmio del periodo di maturità deve essere necessariamente positivo.

Esercizi di riepilogo

1. Considerare un consumatore con vita bi-periodale, funzione di utilità $U = 2\log c_1 + \log c_2$ (dove c_1 e c_2 indicano il consumo presente e il consumo futuro), cui corrisponde un saggio marginale di sostituzione intertemporale, in valore assoluto SMSI $_{c1,c2}=2c_2/c_1$. Questo consumatore riceve in dotazione 30 unità del bene di consumo del periodo presente.
   - Determinare la funzione di offerta di risparmio;
   - Verificare che l'offerta di risparmio è inelastica al tasso di interesse;
   - Che cosa si può dire sugli effetti di reddito e di sostituzione, in questo caso?

   [Risulta s^O=10, inelastica al tasso di interesse]

2. Considerare un consumatore con vita bi-periodale, funzione di utilità $U = 3\sqrt{c_p} + 2c_f$ (dove c_p e c_f indicano il consumo presente e il consumo futuro), cui corrisponde $|SMSI| = 3/\sqrt{c_p}$. Questo consumatore riceve in dotazione 2 unità di bene del consumo del periodo presente . Il tasso di interesse reale, negativo, è $r = -25\%$ (ossia, r = -1/4). Si determini l'offerta di risparmio. *[Risulta: s=0]*

3. Considerate lo stesso consumatore esaminato nell'esercizio 2, con preferenze intertemporali caratterizzate da $|SMSI| = 3/\sqrt{c_p}$. Il tasso d'interesse reale è sempre negativo e sempre pari a (-1/4). Il consumatore, però riceve in dotazione un ammontare *a* di unità di bene di consumo del periodo presente, dove *a* è un numero reale positivo.
   - Determinare l'offerta di risparmio in questo caso. *[Risposta: se 0<a<16, il risparmio offerto è nullo; se a≥4, il risparmio offerto sarà s=a-16]*;
   - E' corretto affermare che l'offerta di risparmio è inelastica al reddito ricevuto?

4. Considerate lo stesso consumatore esaminato nell'esercizio 2, con preferenze intertemporali caratterizzate da $|SMSI| = 3/\sqrt{c_p}$. Egli riceve, come nel caso dell'esercizio 2, soltanto due unità di bene di consumo del periodo presente come dotazione. Fronteggia un tasso di interesse positivo, pari al 200% (ossia, *r*=2). Determinare l'ammontare ottimale di risparmio.

5. Un consumatore con vita bi-periodale ha preferenze descritte dalla funzione di utilità $U = 5\log(c_p) + c_f$ cui corrisponde $|SMSI| = 5/c_p$. Egli riceve in dotazione 4 unità del bene di consumo del periodo presente. Determinare la sua funzione di offerta di risparmio. [Risulta: *s*=4-(5/(1+*r*)).]